basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

2017

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 13 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 27 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel begin beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik duidelik aan.
4. Antwoorde alleenlik sal nie noodwendig volpunte verdien nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n IT-maatskappy skryf programme vir toeps ('apps'). Die tyd (in uur) wat dit neem om die programme te skryf en die koste (in duisende rand) daarvan word in die tabel hieronder getoon.

TYD GENEEM (IN UUR)	5	7	5	8	10	13	15	20	18	25	23
KOSTE (IN DUISENDE RAND)	10	10	15	12	20	25	28	32	28	40	30

1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

1.2 Gebruik die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn om die koste, in rand, van 'n toep wat 16 uur sal neem om te skryf, te voorspel. (2)

1.3 Bereken die korrelasiekoëffisiënt van die data. (1)

1.4 Vir elke toep wat die maatskappy skryf, is daar 'n koste wat onafhanklik is van die aantal uur wat dit neem om die toep te skryf. Bereken hierdie koste (in rand). (2)

[8]

VRAAG 2

Die kommissie, in duisende rand, wat die verkoopmense van 'n sekere maatskappy in 'n sekere maand verdien, word in die tabel hieronder getoon.

KOMMISSIE VERDIEN (IN DUISENDE RAND)	FREKWENSIE
$20 < x \leq 40$	7
$40 < x \leq 60$	6
$60 < x \leq 80$	8
$80 < x \leq 100$	10
$100 < x \leq 120$	4

2.1 Skryf die modale klas van die data neer. (1)

2.2 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-kolom in die tabel wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (2)

2.3 Skets 'n ogief (kumulatiewefrekwensie-kromme) om die data voor te stel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (4)

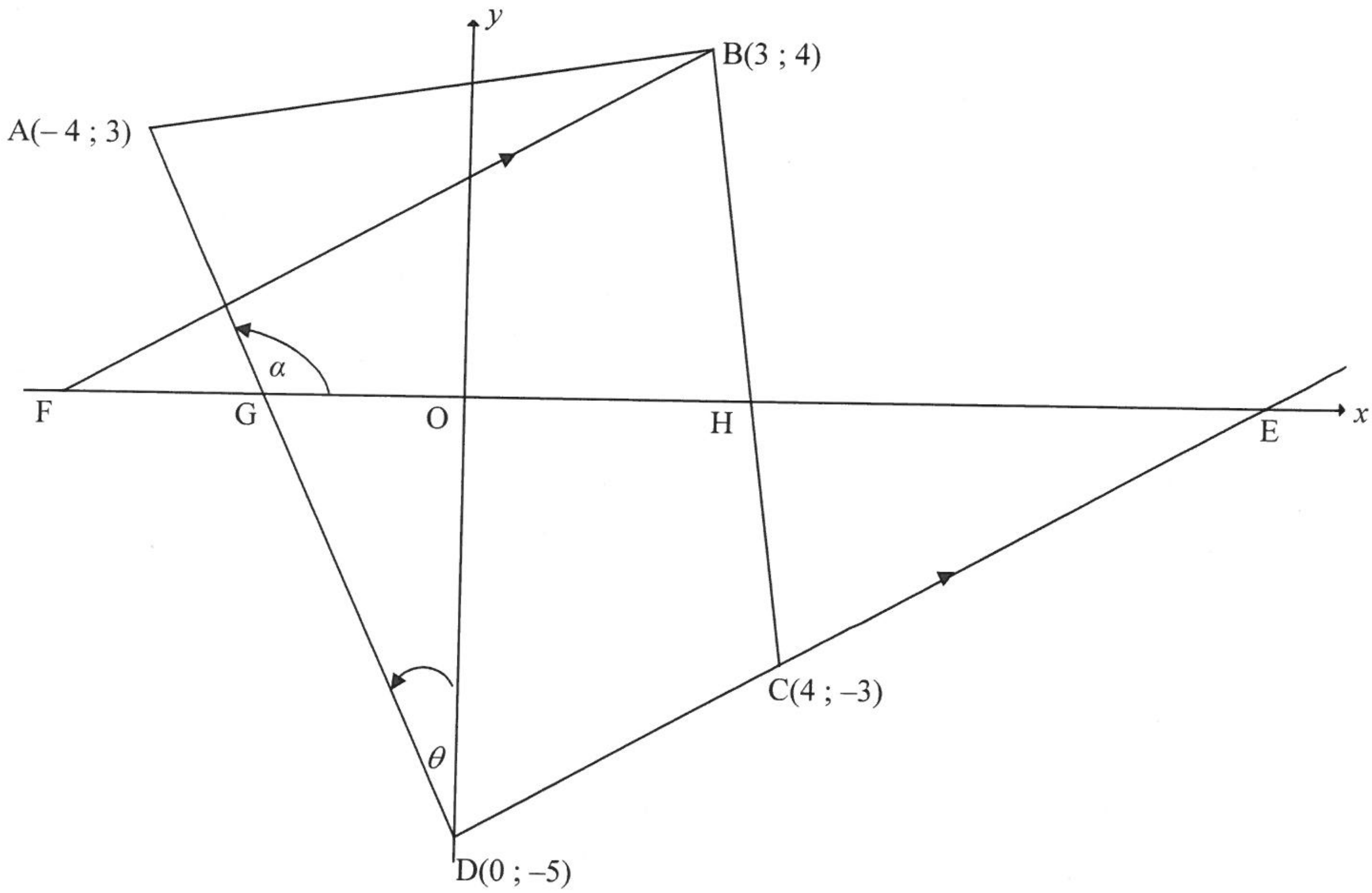
2.4 'n Verkoopsman ontvang 'n bonus as sy kommissie vir die maand meer as R90 000 is. Bereken hoeveel verkoopsmense vir hierdie maand bonusse ontvang het. (2)

2.5 Bepaal die benaderde gemiddelde kommissie wat die verkoopsmense vir hierdie maand verdien het, korrek tot die naaste duisend rand. (3)

[12]

VRAAG 3

In die diagram is ABCD 'n vierhoek met hoekpunte A(– 4 ; 3), B(3 ; 4), C(4 ; –3) en D(0 ; –5). DC verleng sny die x-as by E, BC sny die x-as by H en AD sny die x-as by G. F is 'n punt op die x-as sodanig dat BF || DE. $A\hat{G}O = \alpha$ en $A\hat{D}O = \theta$.



3.1 Bereken die gradiënt van DC. (2)

3.2 Bewys dat AD ⊥ DC. (3)

3.3 Toon, met berekeninge, dat ΔABC 'n gelykbenige driehoek is. (4)

3.4 Bepaal die vergelyking van BF in die vorm $y = mx + c$. (3)

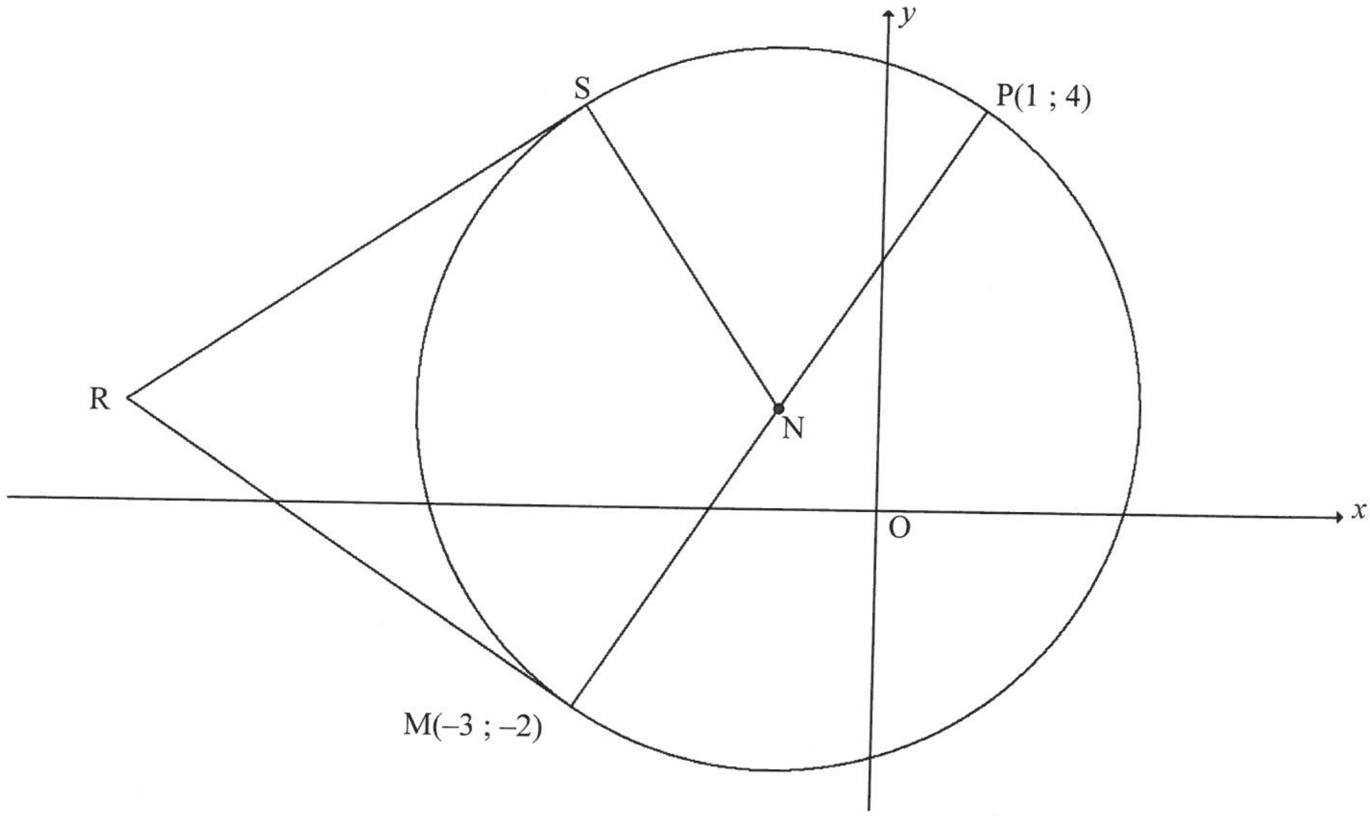
3.5 Bereken die grootte van θ. (3)

3.6 Bepaal die vergelyking van die sirkel, met die middelpunt as die oorsprong en wat deur die punt C gaan, in die vorm $x^2 + y^2 = r^2$. (2)

[17]

VRAAG 4

In die diagram is N die middelpunt van die sirkel. M(–3 ; –2) en P(1 ; 4) is punte op die sirkel. MNP is die middellyn van die sirkel. Die raaklyne wat vanaf punt R, buite die sirkel, na sirkel N getrek word, ontmoet die sirkel onderskeidelik by S en M.



4.1 Bepaal die koördinate van N. (3)

4.2 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. (4)

4.3 Bepaal die vergelyking van die raaklyn RM in die vorm $y = mx + c$. (5)

4.4 As dit gegee word dat die lyn wat S met M verbind, loodreg op die x-as is, bepaal die koördinate van S. (2)

4.5 Bepaal die koördinate van R, die gemeenskaplike uitwendige punt waarvandaan beide die raaklyne aan die sirkel getrek is. (4)

4.6 Bereken die oppervlakte van RSNM. (4)

[22]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\sin A = 2p$ en $\cos A = p$

5.1.1 Bepaal die waarde van $\tan A$. (2)

5.1.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die waarde van p, as $A \in [180° ; 270°]$. (3)

5.2 Bepaal die algemene oplossing van $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$ (6)

5.3 5.3.1 Brei $\sin(x + 300°)$ uit deur 'n toepaslike saamgesteldehoek-formule te gebruik. (1)

5.3.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, bepaal die waarde van $\sin(x + 300°) - \cos(x - 150°)$. (5)

5.4 Bewys die identiteit: $\dfrac{\tan x + 1}{\sin x \tan x + \cos x} = \sin x + \cos x$. (5)

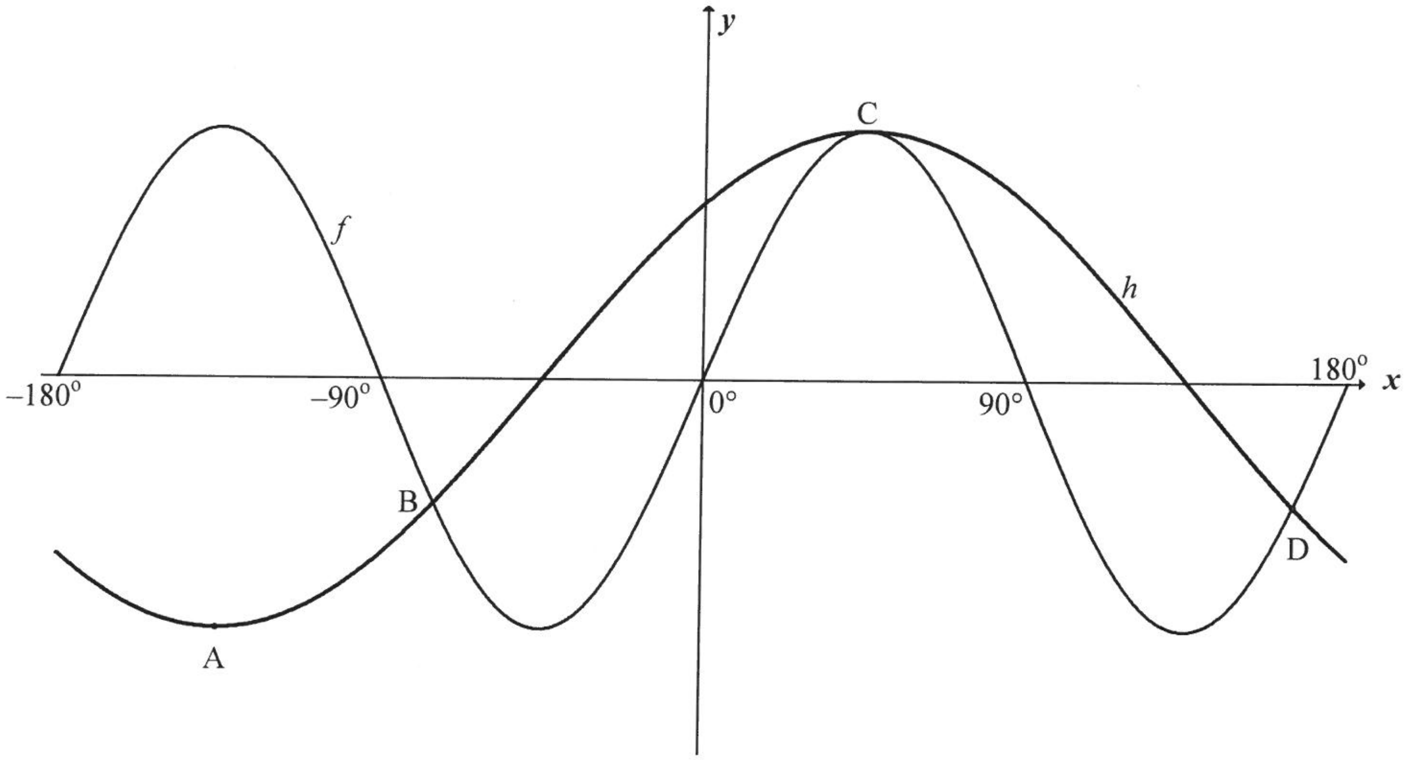
5.5 Beskou: $\sin x + \cos x = \sqrt{1 + k}$

5.5.1 Bepaal k as 'n enkele trigonometriese verhouding. (3)

5.5.2 Bepaal vervolgens die maksimum waarde van $\sin x + \cos x$. (2)
[27]

VRAAG 6

In die diagram is die grafieke van $f(x) = \sin 2x$ en $h(x) = \cos(x - 45°)$ vir die interval $x \in [-180° \; ; \; 180°]$. A(–135° ; –1) is 'n minimum punt op grafiek h en C(45° ; 1) is 'n maksimum punt op beide grafieke. Die twee grafieke sny by B, C en $D\left(165°; -\frac{1}{2}\right)$.



6.1 Skryf die periode van f neer. (1)

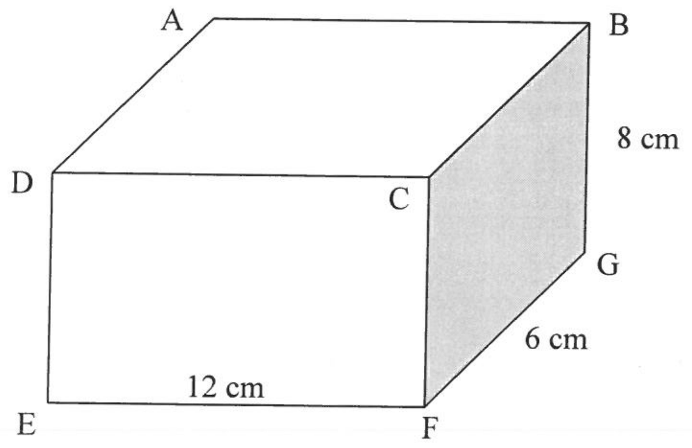
6.2 Bepaal die x-koördinaat van B. (1)

6.3 Gebruik die grafieke om $2\sin x.\cos x \leq \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x + \sin x)$ vir die interval $x \in [-180° \; ; \; 180°]$ op te los. Toon ALLE bewerkings. (4)

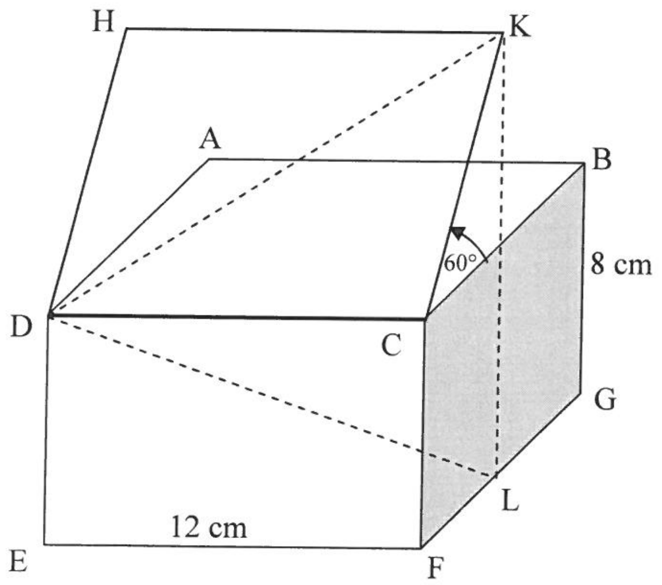
[6]

VRAAG 7

'n Reghoekige boks met 'n deksel ABCD word in Figuur (i) hieronder gegee. Die deksel word met 'n hoek van $60°$ oopgemaak tot by posisie HKCD, soos in die FIGUUR (ii) hieronder getoon. EF = 12 cm, FG = 6 cm en BG = 8 cm.



FIGUUR (I)



FIGUUR (II)

7.1 Skryf die lengte van KC neer. (1)

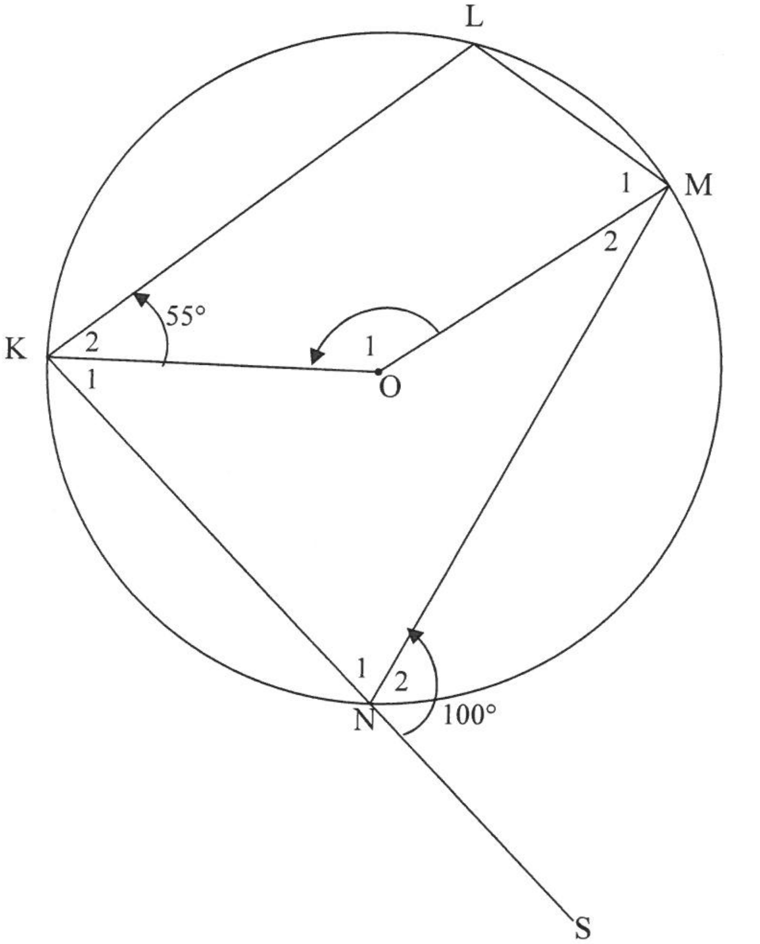
7.2 Bepaal KL, die loodregte hoogte van K, bokant die basis van die boks. (3)

7.3 Bepaal vervolgens die waarde van $\dfrac{\sin K\hat{D}L}{\sin D\hat{L}K}$. (4)

[8]

VRAAG 8

In die diagram is O die middelpunt van sirkel KLMN en KO en OM is verbind. Koord KN is verleng na S. $\hat{K}_2 = 55°$ en $\hat{N}_2 = 100°$.



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende:

8.1 $\hat{L}$ (2)

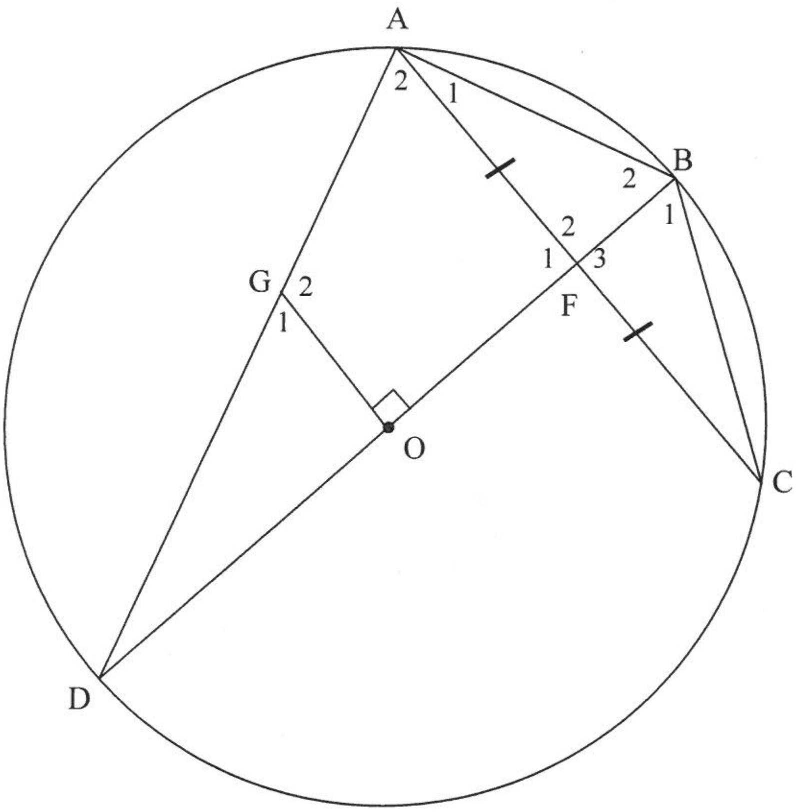
8.2 $\hat{O}_1$ (3)

8.3 $\hat{M}_1$ (2)

[7]

VRAAG 9

In die diagram is O die middelpunt van sirkel ABCD en BOD is 'n middellyn. F, die middelpunt van koord AC, lê op BOD. G is 'n punt op AD sodat $GO \perp DB$.



9.1 Gee 'n rede waarom:

9.1.1 $D\hat{A}B = 90°$ (1)

9.1.2 AGOB 'n koordevierhoek is (1)

9.2 Bewys dat:

9.2.1 $AC \parallel GO$ (3)

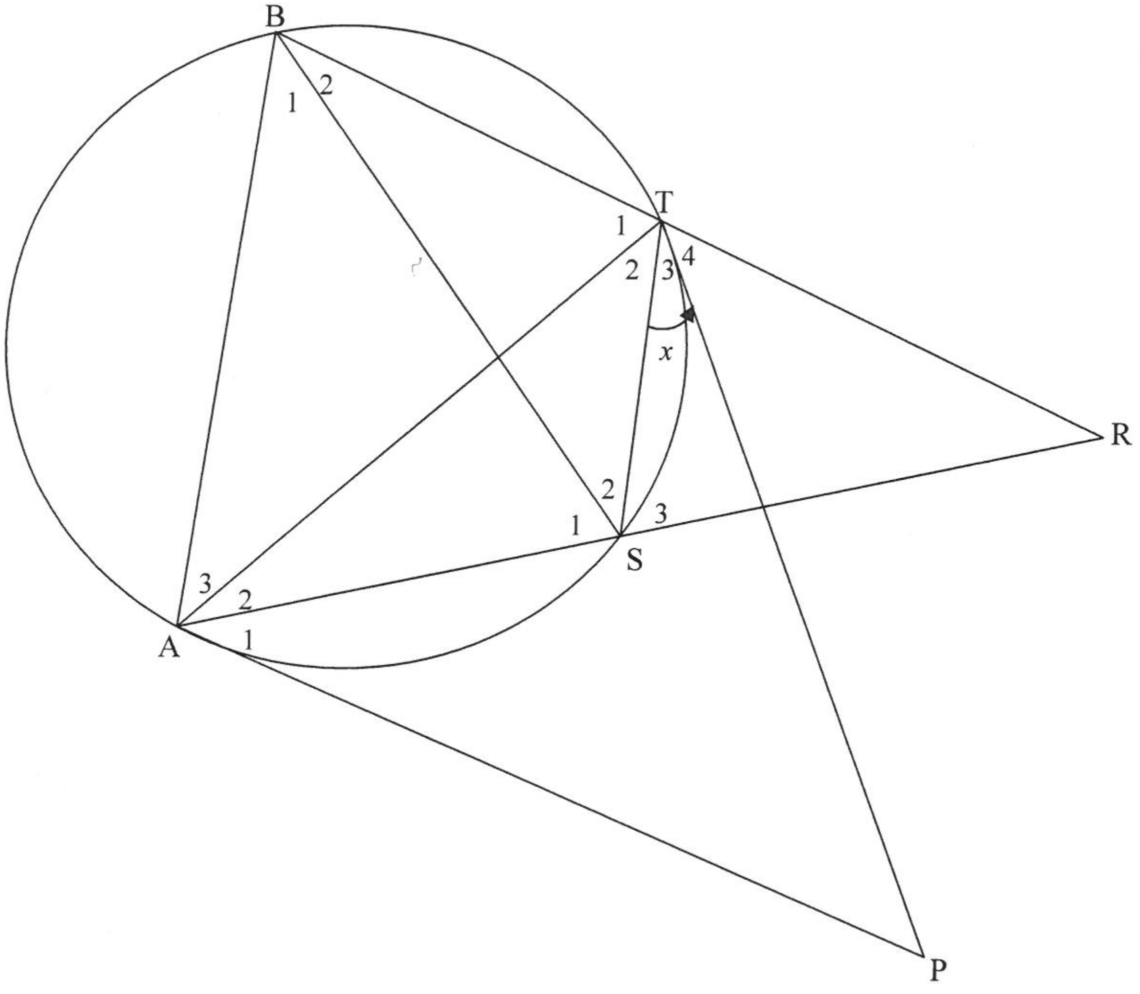
9.2.2 $\hat{G}_1 = \hat{B}_1$ (4)

9.3 As gegee word dat $FB = \frac{2}{5}r$, waar r die radius van die sirkel is, bepaal, met redes, die verhouding van $\frac{DG}{DA}$. (3)

[12]

VRAAG 10

In die diagram is PA en PT raaklyne aan die sirkel by A en T onderskeidelik. B en S is punte op die sirkel sodat BT verleng en AS verleng by R ontmoet en BR = AR. BS, AT en TS word getrek. $\hat{T}_3 = x$.



10.1 Gee 'n rede waarom $\hat{T}_3 = \hat{A}_2 = x$. (1)

10.2 Bewys dat:

10.2.1 AB || ST (5)

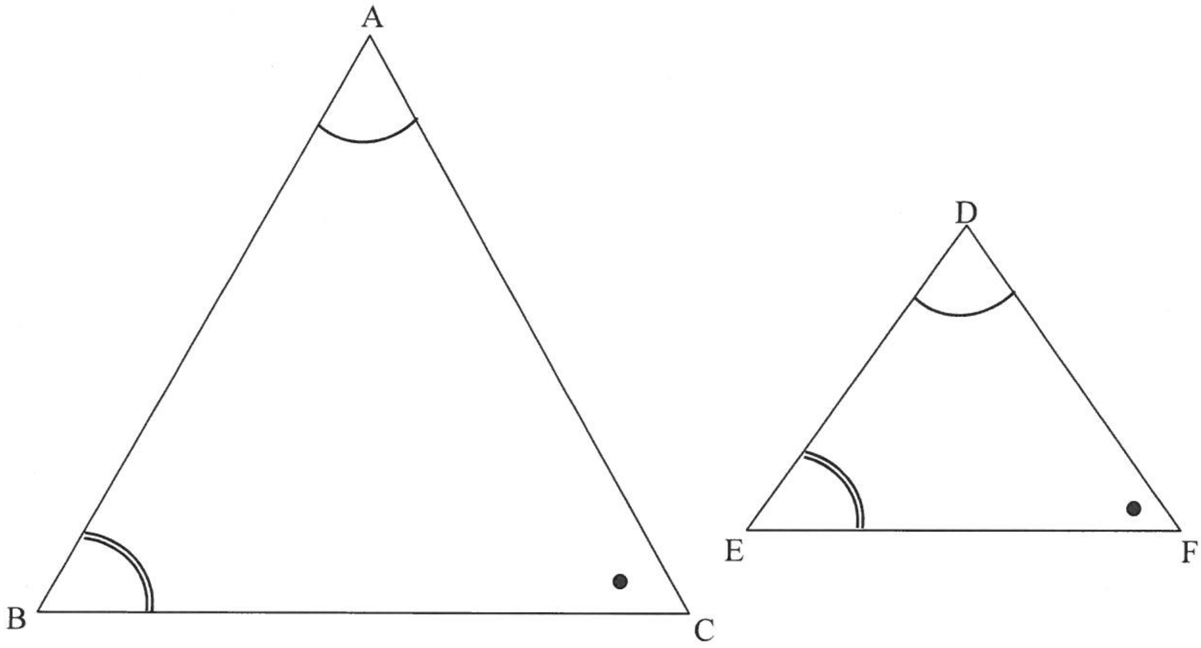
10.2.2 $\hat{T}_4 = \hat{A}_1$ (5)

10.2.3 RTAP 'n koordevierhoek is (2)

[13]

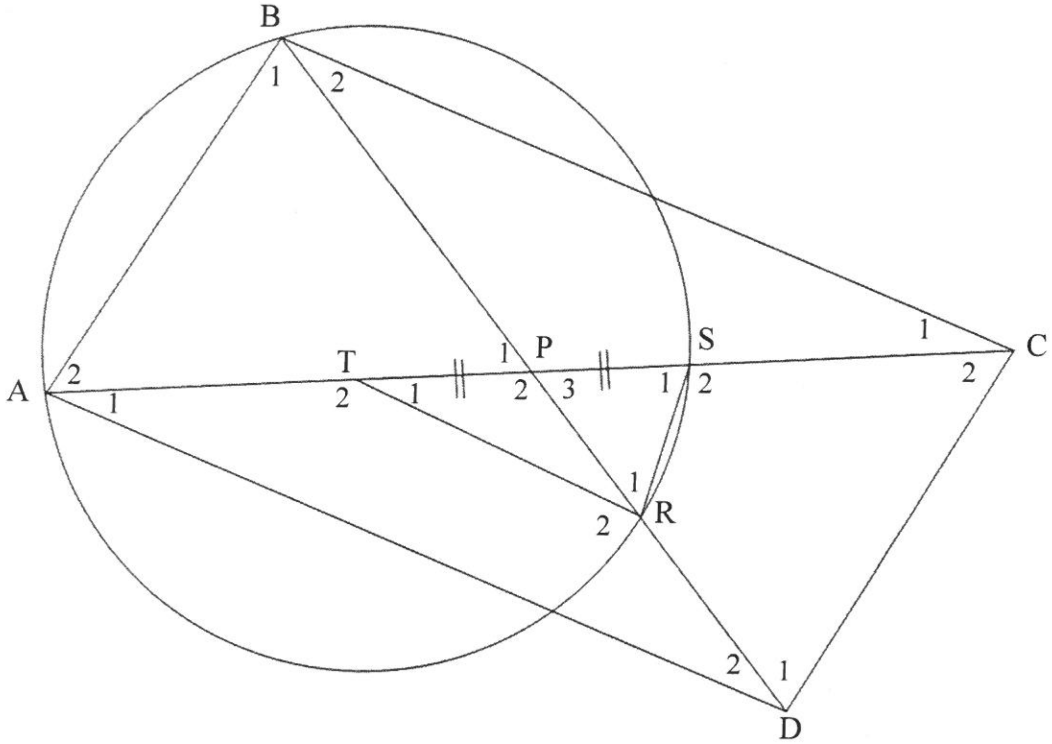
VRAAG 11

11.1 In die diagram is ΔABC en ΔDEF geskets met $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ en $\hat{C} = \hat{F}$.



Bewys die stelling wat beweer dat as twee driehoeke, ΔABC en ΔDEF, gelykhoekig is, dan is $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$. (6)

11.2 In die diagram is ABCD 'n parallelogram met A en B op die sirkel. Die hoeklyne BD en AC sny by P. PC en PD sny die sirkel by S en R onderskeidelik. T is 'n punt op AP sodat TP = PS. TR word geteken/getrek.



11.2.1 Bewys dat:

(a) AT = SC (2)

(b) ΔPSR ||| ΔPBA (5)

11.2.2 As verder gegee word dat $\frac{PR}{PA} = \frac{TR}{AD}$, bewys dat:

(a) ΔRPT ||| ΔAPD (3)

(b) ATRD 'n koordevierhoek is (2)

[18]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$A=P(1+ni)$ $\quad A=P(1-ni)$ $\quad A=P(1-i)^n$ $\quad A=P(1+i)^n$

$T_n=a+(n-1)d$ $\quad S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$T_n=ar^{n-1}$ $\quad S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r\neq 1$ $\quad S_\infty=\frac{a}{1-r}$; $-1<r<1$

$F=\frac{x[(1+i)^n-1]}{i}$ $\quad P=\frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=mx+c$ $\quad y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\quad m=\tan\theta$

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin \mathrm{A}}=\frac{b}{\sin \mathrm{B}}=\frac{c}{\sin \mathrm{C}}$

$$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$$

$$\textit{oppervlakte}\ \Delta\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}ab.\sin\mathrm{C}$$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 1-2\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1\end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)}=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y}=a+bx$ $\quad b=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$