basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2017

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 28 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

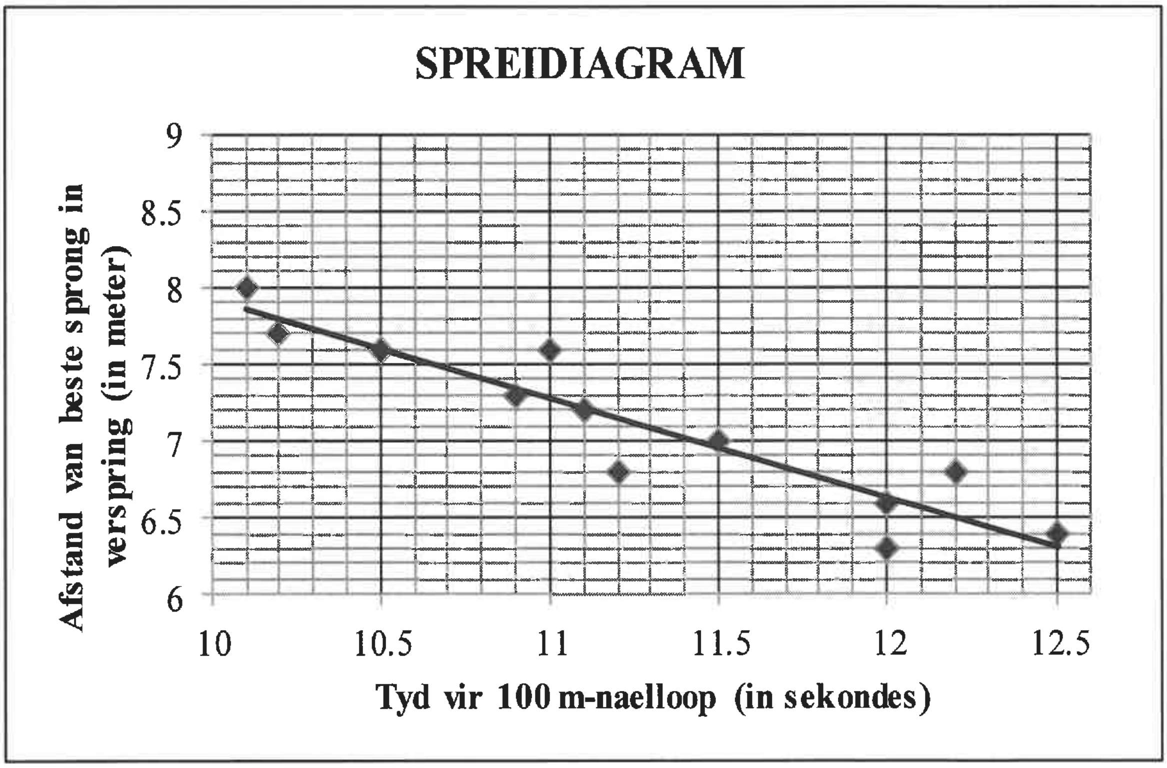
1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders aangedui.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die tyd (in sekondes, tot EEN desimale syfer afgerond) wat dit 12 atlete neem om die 100 meter-naelloop te voltooi, asook die afstand (in meter, tot EEN desimale syfer afgerond) van hulle beste sprong in verspring.

Tyd vir 100 m-naelloop (in sekondes)	10,1	10,2	10,5	10,9	11	11,1	11,2	11,5	12	12	12,2	12,5
Afstand van beste sprong in verspring (in meter)	8	7,7	7,6	7,3	7,6	7,2	6,8	7	6,6	6,3	6,8	6,4

Die data hierbo word in die spreidiagram hieronder voorgestel.



Die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn is $\hat{y} = a + bx$.

1.1 Bepaal die waardes van a en b. (3)

1.2 'n Atleet hardloop die 100 meter-naelloop in 11,7 sekondes. Gebruik $\hat{y} = a + bx$ om die afstand van hierdie atleet se beste sprong in verspring te voorspel. (2)

1.3 'n Ander atleet voltooi die 100 meter-naelloop in 12,3 sekondes en die afstand van sy beste sprong in verspring is 7,6 meter. Indien dit by die data ingesluit word, sal die gradiënt van die kleinstekwadrate-regressielyn toeneem of afneem? Motiveer jou antwoord sonder enige verdere berekeninge. (2)

[7]

VRAAG 2

'n Groep van 23 meisies word in 'n eksperiment voorsien van 'n bladsy met 30 gekleurde reghoeke. Hulle word gevra om die kleure van die reghoeke so vinnig as moontlik korrek op te noem. Die tyd, in sekondes, wat dit elkeen van die meisies geneem het, word in die tabel hieronder gegee.

12	13	13	14	14	16	17	18	18	18	19	20
21	21	22	22	23	24	25	27	29	30	36	

2.1 Bereken:

2.1.1 Die gemiddelde van die data (2)

2.1.2 Die interkwartielvariasiewydte van die data (3)

2.2 Die standaardafwyking van die tye wat dit die meisies geneem het, is 5,94. Hoeveel meisies het langer as EEN standaardafwyking vanaf die gemiddelde geneem om die kleure op te noem? (2)

2.3 Trek 'n mond-en-snordiagram (boksplot) om die data voor te stel op die getallelyn wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (3)

2.4 Die vyfpunt-opsomming van die tye wat dit 'n groep van 23 seuns geneem het om die kleure van die reghoeke korrek op te noem, is (15 ; 21 ; 23,5 ; 26 ; 38).

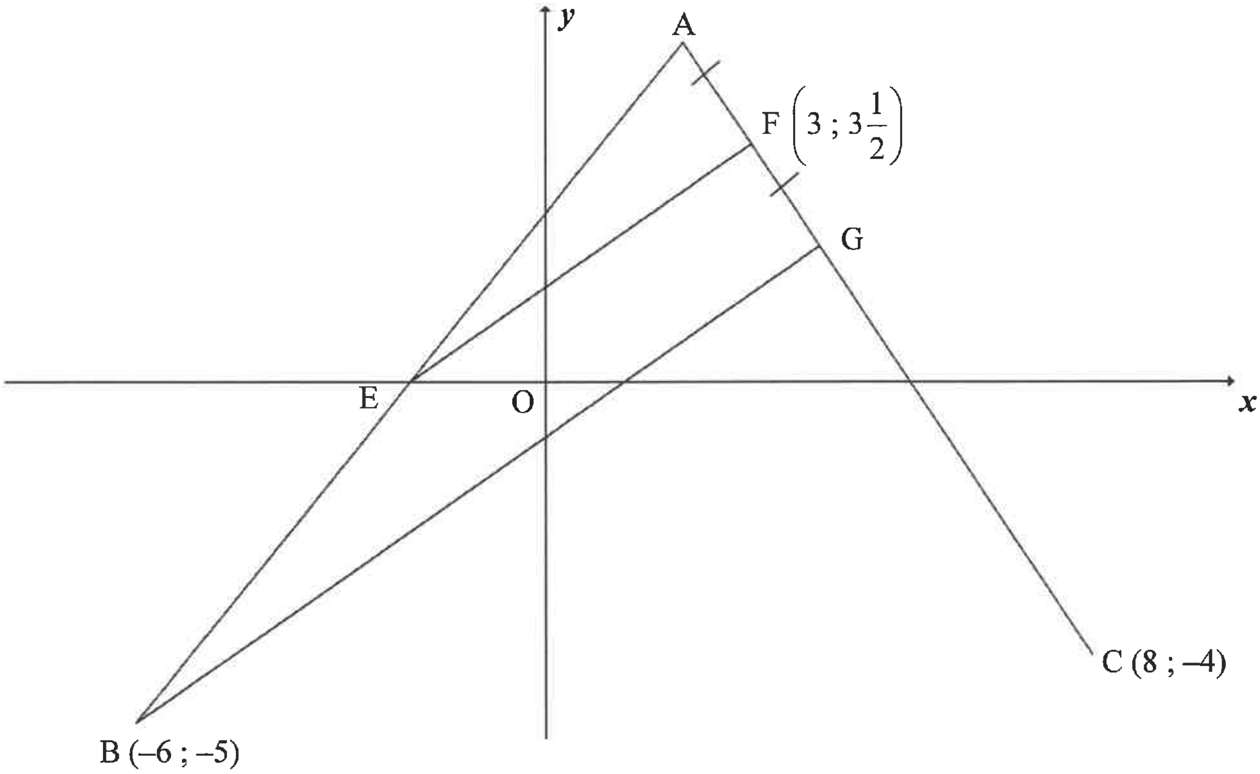
2.4.1 Watter van die twee groepe, meisies of seuns, het die laagste mediaantyd gehad om die kleure van die reghoeke korrek op te noem? (1)

2.4.2 Die eerste drie leerders wat die kleure van al 30 reghoeke in die kortste tyd korrek opnoem, sal 'n prys ontvang. Hoeveel seuns sal onder hierdie drie pryswenners wees? Motiveer jou antwoord. (2)

[13]

VRAAG 3

In die diagram is A, B(–6 ; –5) en C(8 ; –4) punte in die Cartesiese vlak. $F\left(3;\,3\frac{1}{2}\right)$ en G is punte op lyn AC sodat AF = FG. E is die x-afsnit van AB.



3.1 Bereken:

3.1.1 Die vergelyking van AC in die vorm $y = mx + c$ (4)

3.1.2 Die koördinate van G indien $7x - 10y = 8$ die vergelyking van BG is (3)

3.2 Toon deur middel van berekening dat (2 ; 5) die koördinate van A is. (2)

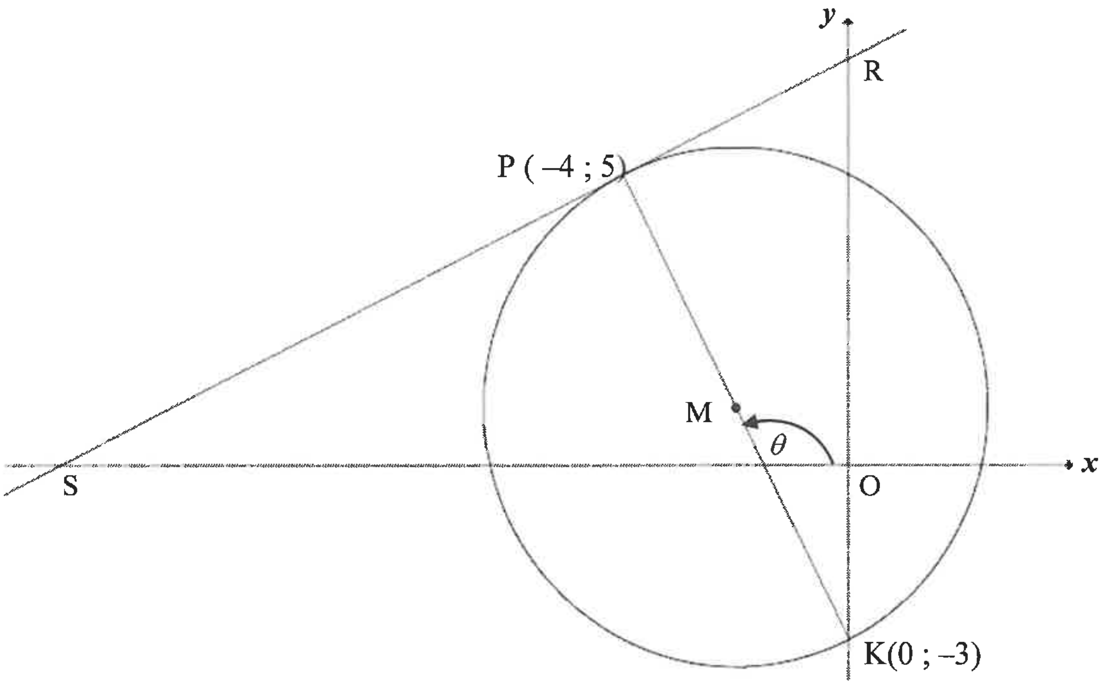
3.3 Bewys dat EF || BG. (4)

3.4 ABCD is 'n parallelogram met D in die eerste kwadrant. Bereken die koördinate van D. (4)

[17]

VRAAG 4

In die diagram is P(–4 ; 5) en K(0 ; –3) die eindpunte van die middellyn van 'n sirkel met middelpunt M. S en R is onderskeidelik die x- en y-afsnit van die raaklyn aan die sirkel by P. θ is die inklinasie van PK met die positiewe x-as.



4.1 Bepaal:

4.1.1 Die gradiënt van SR (4)

4.1.2 Die vergelyking van SR in die vorm $y = mx + c$ (2)

4.1.3 Die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (4)

4.1.4 Die grootte van $\mathrm{P\hat{K}R}$ (3)

4.1.5 Die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by K in die vorm $y = mx + c$ (2)

4.2 Bepaal die waardes van t sodat die lyn $y = \frac{1}{2}x + t$ die sirkel by twee verskillende punte sny. (3)

4.3 Bereken die oppervlakte van ΔSMK. (5)

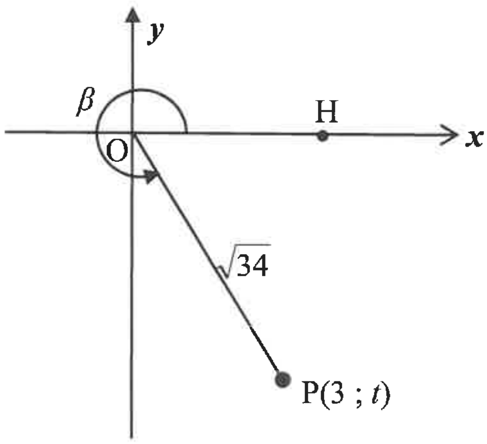
[23]

VRAAG 5

5.1 Gegee: $\dfrac{\sin(A-360°).\cos(90°+A)}{\cos(90°-A).\tan(-A)}$

Vereenvoudig die uitdrukking tot 'n enkele trigonometriese verhouding. (6)

5.2 In die diagram is P(3 ; t) 'n punt in die Cartesiese vlak. $OP = \sqrt{34}$ en $\hat{HOP} = \beta$ is 'n inspringende (refleks-) hoek.



Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, bepaal die waarde van:

5.2.1 t (2)

5.2.2 $\tan\beta$ (1)

5.2.3 $\cos 2\beta$ (4)

5.3 Bewys:

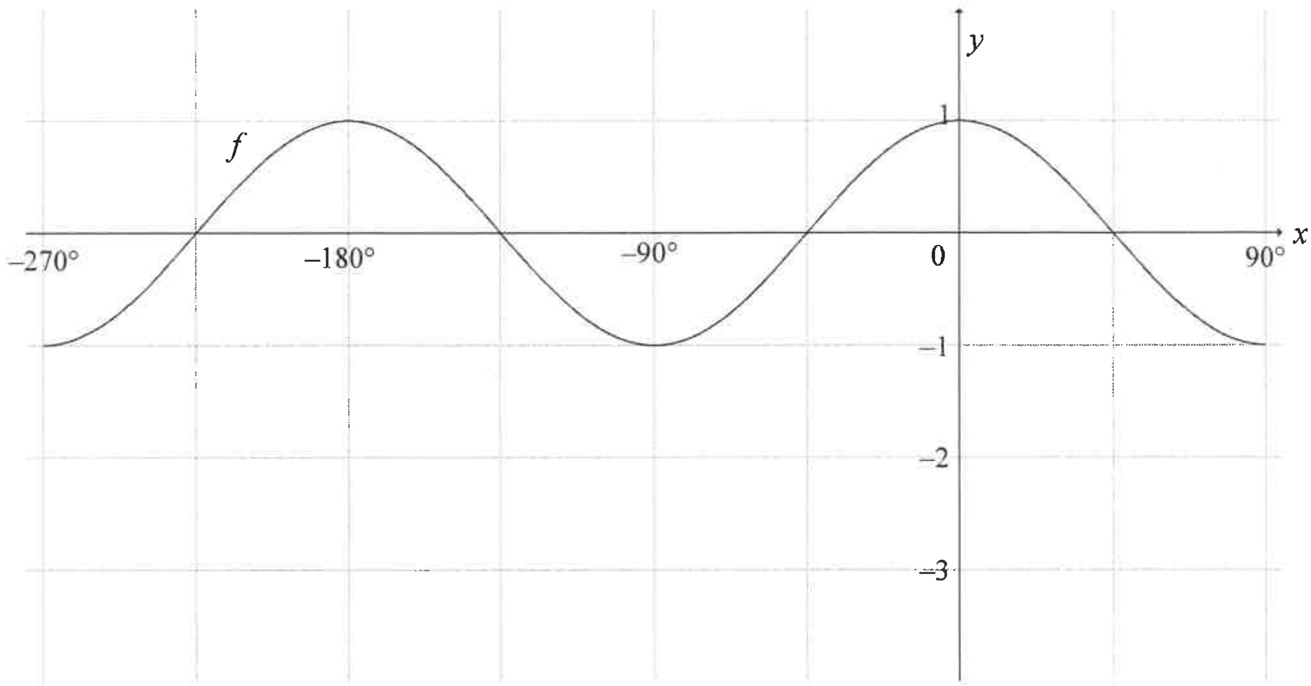
5.3.1 $\sin(A+B)-\sin(A-B)=2\cos A.\sin B$ (2)

5.3.2 **Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar,** dat $\sin 77° - \sin 43° = \sin 17°$ (4)

[19]

VRAAG 6

In die diagram is die grafiek van $f(x) = \cos 2x$ vir die interval $x \in [-270°; 90°]$ geskets.



6.1 Skets die grafiek van $g(x) = 2\sin x - 1$ vir die interval $x \in [-270°; 90°]$ op die rooster wat in jou ANTWOORDEBOEK verskaf word. Toon AL die afsnitte met die asse, asook die draaipunte. (4)

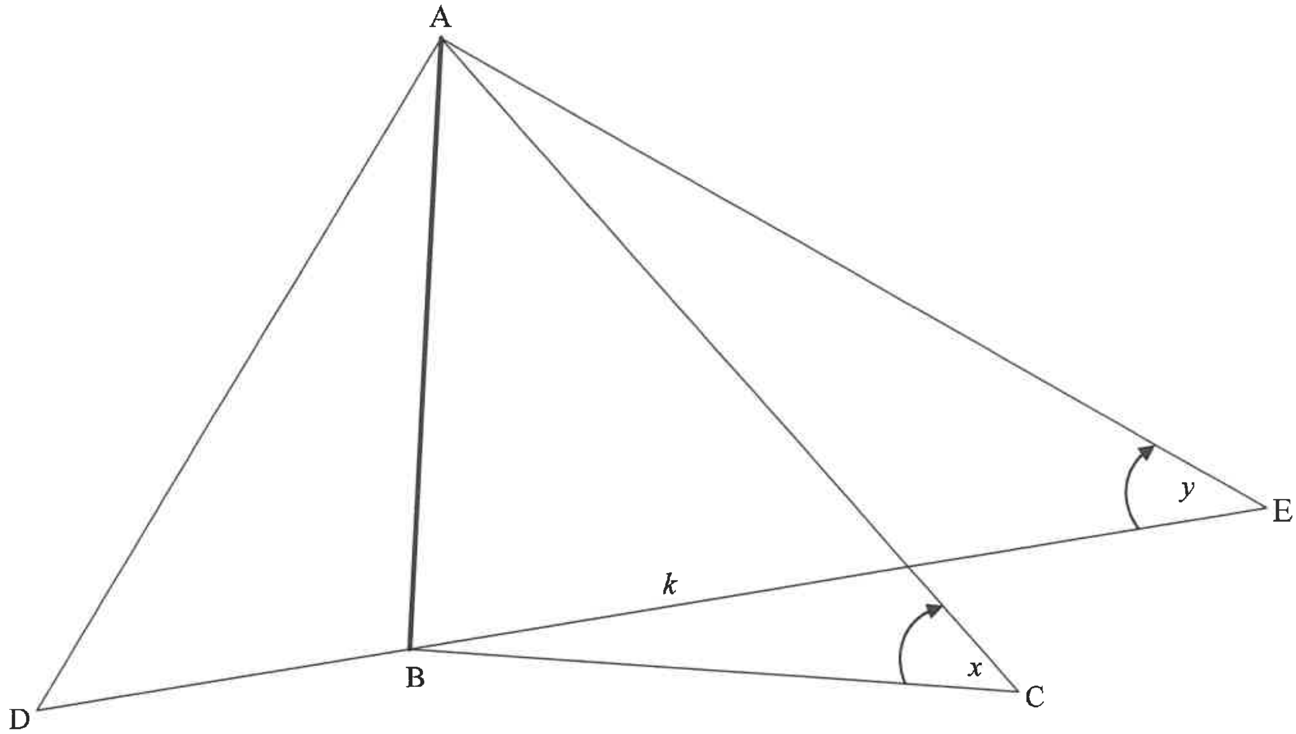
6.2 Gestel A is 'n snypunt van die grafieke van f en g. Toon dat die x-koördinaat van A die vergelyking $\sin x = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ bevredig. (4)

6.3 Bereken vervolgens die koördinate van die snypunte van grafieke van f en g vir die interval $x \in [-270°; 90°]$. (4)

[12]

VRAAG 7

AB stel 'n vertikale netbalpaal voor. Twee spelers word aan weerskante van die netbalpaal by punt D en E geplaas sodat D, B en E op dieselfde reguitlyn is. 'n Derde speler word by C geplaas. Die punte B, C, D en E is in dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoeke vanaf C na A en vanaf E na A is onderskeidelik x en y. Die afstand vanaf B na E is k.



7.1 Skryf die grootte van $A\hat{B}C$ neer. (1)

7.2 Toon dat $AC = \dfrac{k.\tan y}{\sin x}$ (4)

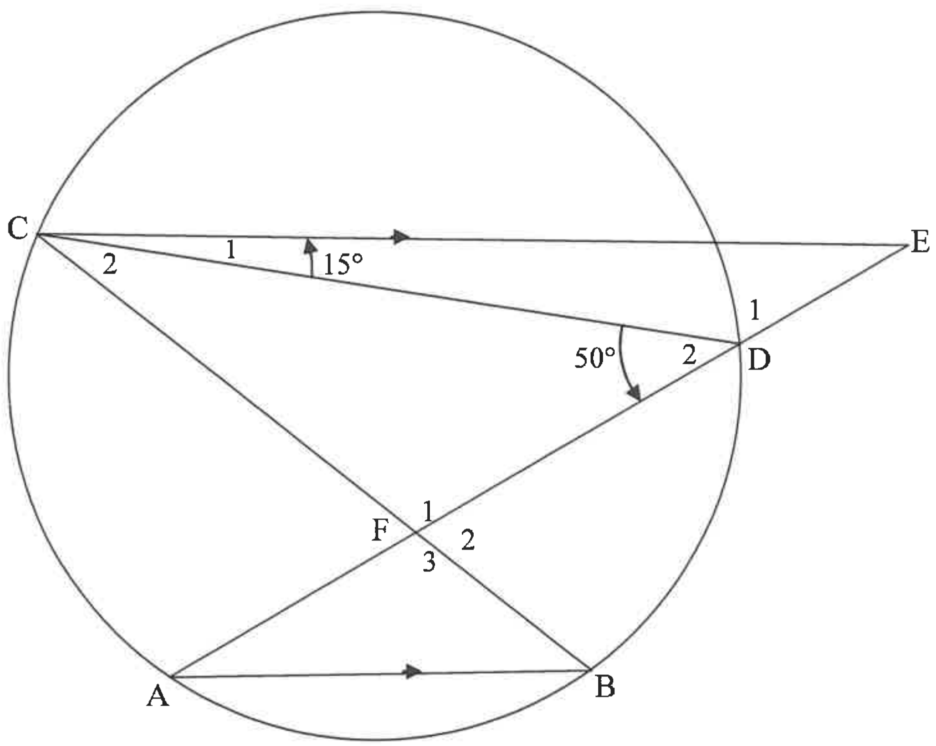
7.3 Indien dit verder gegee word dat $D\hat{A}C = 2x$ en AD = AC, toon dat $2k\tan y$ die afstand DC tussen die spelers by D en C is. (5)

[10]

Gee redes vir jou bewerings in VRAAG 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram lê punt A, B, D en C op 'n sirkel. CE || AB met E op AD verleng. Koord CB en AD sny mekaar in F. $\hat{D}_2 = 50°$ en $\hat{C}_1 = 15°$.



8.1 Bereken, met redes, die grootte van:

8.1.1 $\hat{A}$ (3)

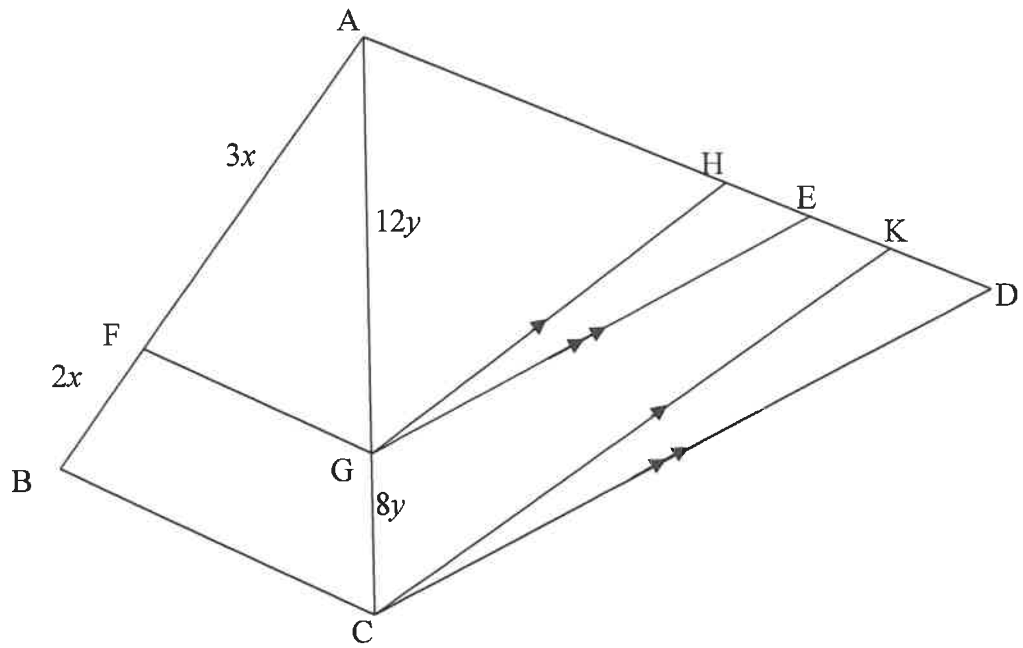
8.1.2 $\hat{C}_2$ (2)

8.2 Bewys, met 'n rede, dat CF 'n raaklyn aan die sirkel is wat deur punt C, D en E gaan. (2)

[7]

VRAAG 9

In die diagram is ΔABC en ΔACD geskets. F en G is punte op sy AB en AC onderskeidelik sodat AF = $3x$, FB = $2x$, AG = $12y$ en GC = $8y$. H, E en K is punte op sy AD sodat GH || CK en GE || CD.



9.1 Bewys dat:

9.1.1 FG || BC (2)

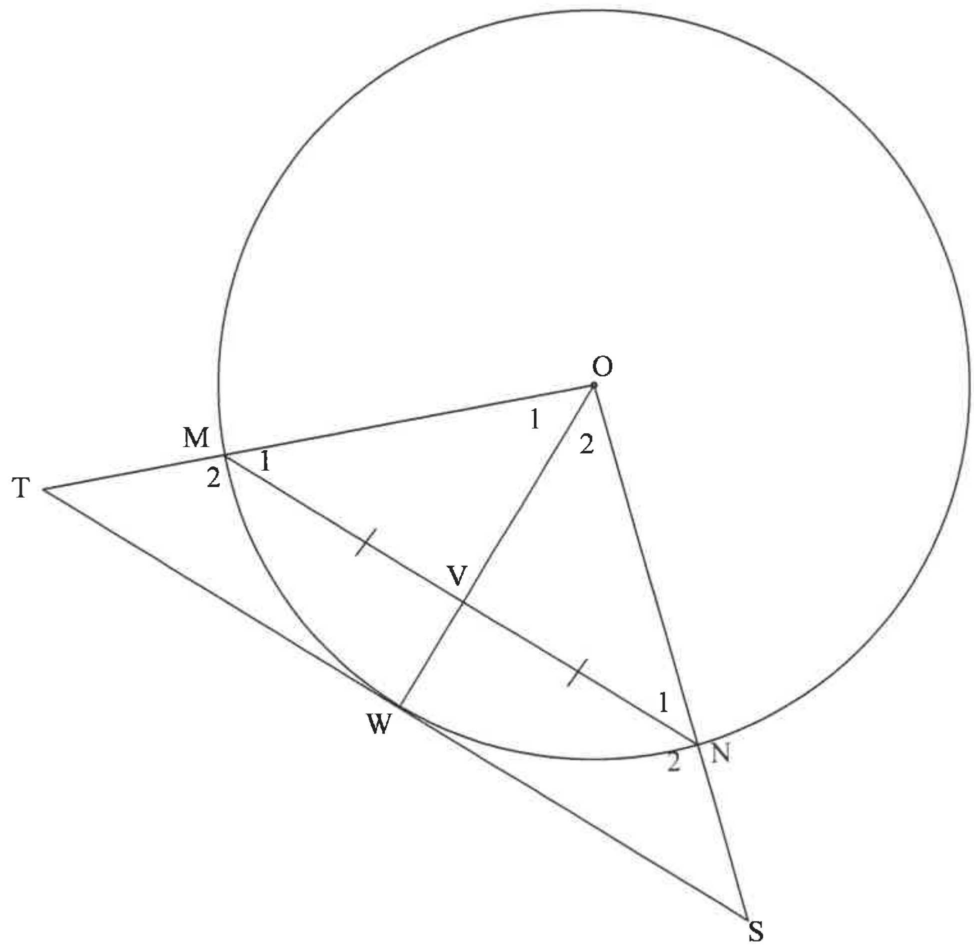
9.1.2 $\frac{AH}{HK} = \frac{AE}{ED}$ (3)

9.2 As dit verder gegee word dat AH = 15 en ED = 12, bereken die lengte van EK. (5)

[10]

VRAAG 10

In die diagram is W 'n punt op die sirkel met middelpunt O. V is 'n punt op OW. Koord MN word getrek sodat MV = VN. Die raaklyn by W ontmoet OM verleng by T en ON verleng by S.



10.1 Gee 'n rede waarom $OV \perp MN$. (1)

10.2 Bewys dat:

10.2.1 $MN \parallel TS$ (2)

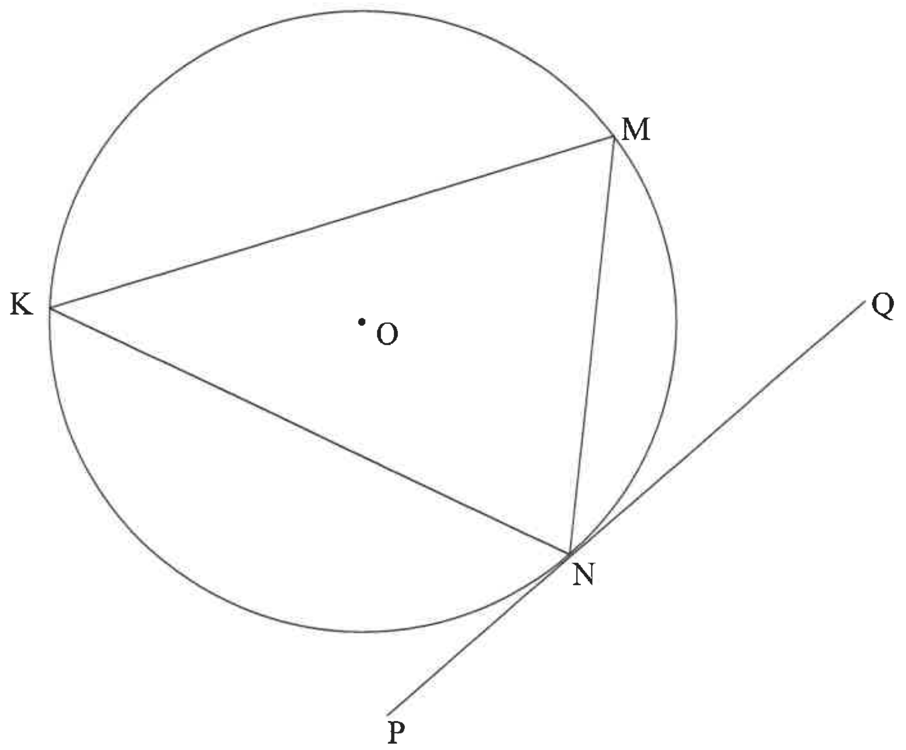
10.2.2 TMNS 'n koordevierhoek is (4)

10.2.3 $OS \cdot MN = 2ON \cdot WS$ (5)

[12]

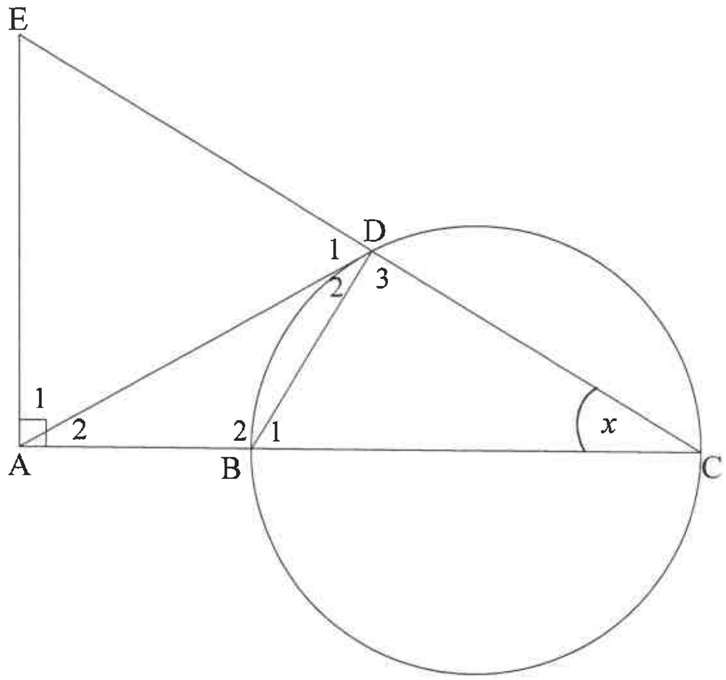
VRAAG 11

11.1 In die diagram word koord KM, MN en KN in die sirkel met middelpunt O getrek. PNQ is die raaklyn aan die sirkel by N.



Bewys die stelling wat beweer dat $M\hat{N}Q = \hat{K}$. (5)

11.2 In die diagram is BC 'n middellyn van die sirkel. Die raaklyn by punt D op die sirkel ontmoet CB verleng by A. CD word verleng na E sodat EA $\perp$ AC. BD word getrek.
Laat $\hat{C} = x$.



11.2.1 Gee 'n rede waarom:

(a) $\hat{D}_3 = 90°$ (1)

(b) ABDE 'n koordevierhoek is (1)

(c) $\hat{D}_2 = x$ (1)

11.2.2 Bewys dat:

(a) AD = AE (3)

(b) $\Delta ADB \,|||\, \Delta ACD$ (3)

11.2.3 Verder word gegee dat BC = 2AB = $2r$.

(a) Bewys dat $AD^2 = 3r^2$ (2)

(b) Bewys vervolgens dat ΔADE gelyksydig is. (4)
[20]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}\ ;\ r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}\ ;\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

InΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$\textit{oppervlakte}\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$